統計的品質管理　第 2 回　授業内演習課題

学籍番号：　　　　　　　　　　　　　名前：

(問題)　ある企業における年間の不良品発生要因データをまとめると，次のデータとなった．このデータから計算表を作成し，パレート図を描きなさい．

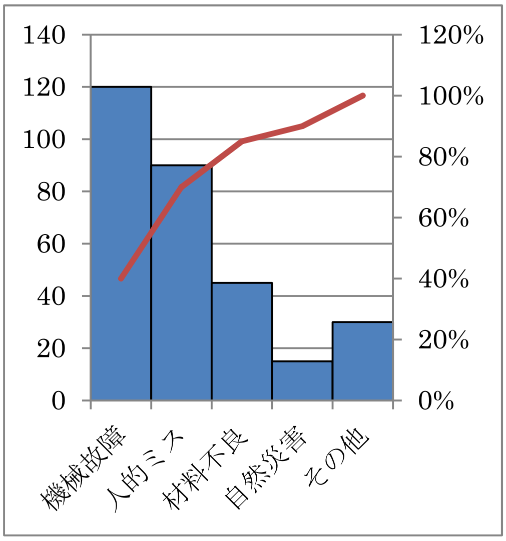
発生要因	件数
材料不良	45
機械故障	120
自然災害	15
人的ミス	90
その他	30

(解答)

　計算表は次の通り

発生要因	件数	割合	累積個数	累積割合
機械故障	120	40%	120	40%
人的ミス	90	30%	210	70%
材料不良	45	15%	255	85%
自然災害	15	5%	270	90%
その他	30	10%	300	10%
計	300	100%		

よって，これをパレート図にすると次のようになります．(注意：Excel での作成上，折線グラフが縦軸との交点になっていませんので，ご注意を)



統計的品質管理　第3回　授業内演習課題　解答

(問題)　ある新製品の試作品を6個作成し，連続使用時間の試験を行った結果，次のデータが得られた．

8.5　7.8　7.9　8.2　8.1　7.5

このデータに対し，中央値，平均値，分散，標準偏差を求めなさい．ただし，必要があれば，$\sqrt{2}=1.414$，$\sqrt{3}=1.732$，$\sqrt{5}=2.236$として計算しなさい．

(解答)

まずはデータを大きい方から順に(降順に)並べると, 8.5　8.2　8.1　7.9　7.8　7.5となる．データ数は6個であることから，

中央値は，データ数は6個であることから，真ん中2つの平均をとり，(8.1＋7.9)/2＝8.0

平均値は，(8.5＋8.2＋8.1＋7.9＋7.8＋7.5)/6＝8.0

分散は平方和を(6-1)＝5で割ればよいので，公式に当てはめて，

$\{(8.5-8.0)^2+(8.2-8.0)^2+(8.1-8.0)^2+(7.9-8.0)^2+(7.8-8.0)^2+(7.5-8.0)^2\}/5$

＝(0.25+0.04+0.01+0.01+0.04+0.25)/5＝0.6/5＝0.12

標準偏差は，分散の平方根なので，$\sqrt{0.12}=\frac{2\sqrt{3}}{10}=\frac{3.464}{10}=0.3464$

統計的品質管理　第 4 回　授業内演習課題　解答

(問題)

(1)　表が出る確率が 3/4 のコインを 10 回投げたとき，表が出る回数が 2 回以下である確率を求めなさい.

(2)　不良品率 $p=0.0001$ の工程で製造される製品から 10000 個を抜き取り調査した時, 不良品の個数が 1 個以下である確率を近似計算しなさい．ただし，自然対数 e=2.718 とする.

(解答)

(1)　二項分布に従うため，表が出る回数を X とすると，求める確率は,

$$P(X \le 2) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2)$$

$$= \left(\frac{1}{4}\right)^{10} + {}_{10}\mathrm{C}_1 \left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{1}{4}\right)^{9} + {}_{10}\mathrm{C}_2 \left(\frac{3}{4}\right)^{2}\left(\frac{1}{4}\right)^{8}$$

$$= \frac{1+30+405}{4^{10}} = \frac{436}{4^{10}} \left(\approx 0.000416\right)$$

(2)　二項分布に従うことから，まともに二項分布で計算しようと思うと,

$$P(X \le 1) = P(X=0) + P(X=1) = \left(\frac{9999}{10000}\right)^{10000} + {}_{10000}\mathrm{C}_1 \left(\frac{1}{10000}\right)\left(\frac{9999}{10000}\right)^{9999}$$

を計算すればよいが，$\left(\frac{9999}{10000}\right)^{10000}$ や $\left(\frac{9999}{10000}\right)^{9999}$ などは誰も計算したくないはず！

そこで，<u>二項分布のポアソン近似を用いて</u>，$np = 10000 \times \frac{1}{10000} = 1$ より,

$P(X=0) \approx \frac{1^0}{0!} e^{-1} = \frac{1}{e}$，$P(X=1) \approx \frac{1^1}{1!} e^{-1} = \frac{1}{e}$ なので,

$$P(X \le 1) = \frac{1}{e} + \frac{1}{e} = \frac{2}{e} \approx 0.736$$

(参考)　ちなみに，Excel で計算する場合は，BINOMDIST(1,10000,0.0001,TRUE)で, 同じ答えが出てきます.

統計的品質管理　第5回　授業内演習課題　解答(期待値10の場合)

(問題)

(1)　確率変数 X は，期待値10，標準偏差2の正規分布 $N(10,2^2)$ にしたがうものとする．
　この時，次の確率を標準正規分布表を用いて求めなさい．
　　① P(10≦X≦13)　　② P(12≦X≦14)　　③ P(8≦X≦11)　　④ P(6≦X≦9)

(2)　確率変数 X は，期待値 μ，標準偏差 σ の正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ にしたがうものとする．

　この時，$P\left(\mu-\sigma \leq X \leq \mu+\sigma\right)$ および $P\left(\mu-2\sigma \leq X \leq \mu+2\sigma\right)$ の値を求めなさい．

(解答)

(1)　まずは規準化の変換をすること！μ＝10，σ＝2より

①　$P\left(10 \leq X \leq 13\right)=P\left(\frac{10-10}{2} \leq \frac{X-10}{2} \leq \frac{13-10}{2}\right)=P\left(0 \leq u \leq 1.5\right)$

ここで，$P\left(0 \leq u \leq 1.5\right)=P\left(u \geq 0\right)-P\left(u \geq 1.5\right)$ であり，$P\left(u \geq 0\right)$ は正規分布の半分なので0.5，また $P\left(u \geq 1.5\right)$ はP.274の分布表より 0.0668なので，

$\boxed{P\left(10 \leq X \leq 13\right)=P\left(0 \leq u \leq 1.5\right)=0.5-0.0668=0.4332}$

②　$P\left(12 \leq X \leq 14\right)=P\left(\frac{12-10}{2} \leq \frac{X-10}{2} \leq \frac{14-10}{2}\right)=P\left(1 \leq u \leq 2\right)$

ここで，$P\left(1 \leq u \leq 2\right)=P\left(u \geq 1\right)-P\left(u \geq 2\right)$ であり，$P\left(u \geq 1\right)$，$P\left(u \geq 2\right)$ ともに，P.274の分布表より 0.1587，0.0228なので，

$\boxed{P\left(12 \leq X \leq 14\right)=P\left(1 \leq u \leq 2\right)=0.1587-0.0228=0.1359}$

③　$P\left(8 \leq X \leq 11\right)=P\left(\frac{8-10}{2} \leq \frac{X-10}{2} \leq \frac{11-10}{2}\right)=P\left(-1 \leq u \leq 0.5\right)$

ここで，$P\left(-1 \leq u \leq 0.5\right)=P\left(-1 \leq u \leq 0\right)+P\left(0 \leq u \leq 0.5\right)$ であり，$P\left(-1 \leq u \leq 0\right)$ は x＝0で反転させて，$P\left(0 \leq u \leq 1\right)$ と等しい．よって，

$P\left(-1 \leq u \leq 0\right)=P\left(0 \leq u \leq 1\right)=P\left(u \geq 0\right)-P\left(u \geq 1\right)=0.5-0.1587=0.3413$

$P\left(0 \leq u \leq 0.5\right)=P\left(u \geq 0\right)-P\left(u \geq 0.5\right)=0.5-0.3085=0.1915$ となり，

$\boxed{P\left(8 \leq X \leq 11\right)=P\left(-1 \leq u \leq 0.5\right)=0.3413+0.1915=0.5328}$

④　$P\left(6 \le X \le 9\right) = P\left(\frac{6-10}{2} \le \frac{X-10}{2} \le \frac{9-10}{2}\right) = P\left(-2 \le u \le -0.5\right)$

ここで，$P\left(-2 \le u \le -0.5\right)$は $x=0$ で反転させて，$P\left(0.5 \le u \le 2\right)$と等しい．よって，

$P\left(0.5 \le u \le 2\right) = P\left(u \ge 0.5\right) - P\left(u \ge 2\right) = 0.3085 - 0.0228 = 0.2857$ となり，

$\boxed{P\left(6 \le X \le 9\right) = P\left(-2 \le u \le -0.5\right) = P\left(0.5 \le u \le 2\right) = 0.2857}$

(参考までに)

(2)　こちらも(1)と同様で，まずは規準化してみましょう！

$$P\left(\mu - \sigma \le X \le \mu + \sigma\right) = P\left(\frac{(\mu-\sigma)-\mu}{\sigma} \le \frac{X-\mu}{\sigma} \le \frac{(\mu+\sigma)-\mu}{\sigma}\right) = P\left(-1 \le u \le 1\right)$$

$$P\left(\mu - 2\sigma \le X \le \mu + 2\sigma\right) = P\left(\frac{(\mu-2\sigma)-\mu}{\sigma} \le \frac{X-\mu}{\sigma} \le \frac{(\mu+2\sigma)-\mu}{\sigma}\right) = P\left(-2 \le u \le 2\right)$$

よって，$P\left(-1 \le u \le 1\right)$や$P\left(-2 \le u \le 2\right)$の値を求めればよいので，

$$P\left(-1 \le u \le 1\right) = 2P\left(0 \le u \le 1\right) = 2\left\{P\left(u \ge 0\right) - P\left(u \ge 1\right)\right\} = 2\left\{0.5 - 0.1587\right\} = 0.6826$$
$$P\left(-2 \le u \le 2\right) = 2P\left(0 \le u \le 2\right) = 2\left\{P\left(u \ge 0\right) - P\left(u \ge 1\right)\right\} = 2\left\{0.5 - 0.0228\right\} = 0.9544$$

以上より，$\boxed{P\left(\mu - \sigma \le X \le \mu + \sigma\right) = 0.6826,\ P\left(\mu - 2\sigma \le X \le \mu + 2\sigma\right) = 0.9544}$

<u>統計的品質管理　第6回　授業内演習課題　解答</u>

(問題)

次の文章に対して，授業内容を参考に，検定の手順を書き，結論まで導出しなさい．

「ある生産設備で作られる製品は通常，平均値 200 (g)，標準偏差 8 (g)で生産されている．本日 16 個の製品を抜取り調査し測定した結果，平均が 196+a (g)であった．ばらつきは同じ(＝標準偏差は同じ)として，本日の生産はいつもと異なっているであろうか？有意水準 α＝0.05 で検定しなさい．」(a には自分の学籍番号の下 1 けたを入れること)

(注意)　標準偏差 6(g)，抜き取り個数 9 個でも，同じような流れになります．

(解答)

(1)　帰無仮説(H0)は何ですか？

μ_0＝200 なので，

<u>本日の生産も通常と同じ．つまり，$\mu=\mu_0$，もしくは数値を入れて，μ＝200</u>

(2)　対立仮説(H1)は何ですか？

<u>本日の生産はいつもと異なる．つまり，$\mu\neq\mu_0$，もしくは数値を入れて，$\mu\neq 200$</u>

(3)　有意水準は，問題文の通りで，α＝0.05

(4)　検定のための統計量を計算

$\mu_0=200$，$\sigma=8$，$n=16$，$\overline{x}=196+a$ より，

検定のための統計量 $u=\dfrac{\overline{x}-\mu}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ を計算すると，$u=\dfrac{(196+a)-200}{\dfrac{8}{\sqrt{16}}}=\dfrac{-4+a}{2}$

(ここで，標準偏差 6(g)，抜き取り個数 9 個の場合でも分母は $\dfrac{6}{\sqrt{9}}=2$ で同じとなる．)

(5)　この検定での結論を書く

ここで, α＝0.05 の場合, 片側の面積は α＝0.025 なので, 標準正規分布における α＝0.025 となる値は，±1.96 である．よって，a が 0 だった人は，$-2<-1.96$ となり，H1 の領域に入るため，H0 が棄却され，H1 が採択される．つまり，「本日の生産はいつもと異なる」．また a が 8，9 だった人は，2(or2.5)＞1.96 となり．同じく H1 が採択され，「本日の生産はいつもと異なる」と言える．それ以外の人は，H0 が棄却されず，「本日の生産はいつもと異なる」とは言えない．(≒「本日の生産はいつもと同じ」)

統計的品質管理　第 7 回　授業内演習課題

学籍番号：　　　　　　　　　　　　　　名前：

(問題)

① 標準偏差 $\sigma=5$の母集団から100個のサンプルを抜き取った時, その平均値が $\bar{x}=20$ であった．この時，母集団の平均値μを信頼係数99%で区間推定しなさい．

② 自動販売機で売られているある缶コーヒーは, 1缶あたり中身が180cc と表示されている．この自動販売機からランダムに9缶抜き取り検査したところ，中身は平均177cc，標準偏差は5ccであった．この自動販売機の<u>缶の中身は，表示されている内容より少ないといえるか</u>．片側検定で検定しなさい．

ただし, 学生番号の下1ケタが0～3の人は有意水準10%で, 4～6の人は有意水準を5%で, 7～9の人は有意水準を1%とする

(解答)

① 信頼係数 99%での値は，標準正規分布表より，2.58 となるので，公式より，

$$\bar{x}-2.58\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\leq\mu\leq\bar{x}+2.58\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\Leftrightarrow 20-2.58\frac{5}{\sqrt{100}}\leq\mu\leq 20+2.58\frac{5}{\sqrt{10}}$$

$$\Leftrightarrow 20-2.58\times0.5\leq\mu\leq 20+2.58\times0.5$$

$$\Leftrightarrow 18.71\leq\mu\leq 21.29$$

② 元々は$\mu_0=180$ であり，今回は平均が $\bar{x}=177$ccなので，「表示されている内容より少ない」と仮定して検定を行う．

帰無仮説(H0)：$\mu=\mu_0$　($\mu=180$)

対立仮説(H1)：$\mu<\mu_0$　($\mu<180$)

有意水準は，10%の人は $\alpha=0.10$，5%の人は $\alpha=0.05$，1%の人は $\alpha=0.01$

検定のための統計量を計算：$u=\dfrac{\bar{x}-\mu}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}}=\dfrac{177-180}{\dfrac{5}{\sqrt{9}}}=-1.8$

ここで，片側検定でかつ少なくなる方なので，標準正規分布における値は，$\alpha=0.10$ の場合は-1.28，$\alpha=0.05$ の場合は-1.645，$\alpha=0.01$ の場合は-2.33 となるので，$-1.8<-1.28$，$-1.8<-1.645$，$-1.8>-2.33$ となることから，①$\alpha=0.10$ および $\alpha=0.05$ の場合は(H1 の領域に入り)H0 が棄却される．つまり,「表示されている内容より少ない」と言える．②$\alpha=0.01$ の場合は(H0 の領域に入り)H0 は棄却されない．つまり「表示されている内容より少ない」とは言い切れない．

統計的品質管理　第 9 回　授業内演習課題

学籍番号：　　　　　　　　　　　　名前：

(問題)

ある工場 X で生産される製品 A の品質を保証するために，標準偏差を 0.5(つまり分散を 0.5^2)以内にしたいと考えているが，どうも標準偏差が 0.5 を超えているような気がする．そこで，この製品 A から 8 個のサンプルを抜き取り測定したところ，次のデータを得た．

201.2　200.8　199.6　201.7　198.8　199.7　200.3　201.1

この製品 A の標準偏差は 0.5 を超えていると言えるか．有意水準 5%(α＝0.05)で片側検定しなさい．

(解答)

これまで通り，手順にしたがって検定を行う．

帰無仮説 H0：$\sigma = 0.5 \ (\text{or } \sigma = \sigma_0)$

対立仮説 H1：$\sigma > 0.5 \ (\text{or } \sigma > \sigma_0)$　よって，片側検定

有意水準：問題文より，α＝0.05

検定のための統計量：8 個のデータの平均値が $\bar{x} = 200.4$，平方和が $S = 6.68$ より，

$$\chi_0^2 = \frac{S}{\sigma_0^2} = \frac{6.68}{0.5^2} = \frac{6.68}{0.25} = 26.72$$

検定：χ^2 分布で自由度は 8－1＝7 より，片側検定なので，分布表より $\chi_{0.95}^2(8) = 14.07$ と

求められ，$26.72 > \chi_{0.95}^2(8) = 14.07$ となることから，H0 は棄却される．

よって，「この製品 A の標準偏差は 0.5 を超えていると言える」

統計的品質管理　第 10 回　授業内演習課題

学籍番号：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　名前：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

(問題)

ある工場 Y で生産される製品 A は，平均値 $\mu_0 = 180$(g)であったが，工場 Y で停電が起こり，生産機械の調整を行った後に生産された 8 個の製品を抜き取り調査したところ，平均値 $\bar{x} = 177.6$，不偏分散から求められた標準偏差 $s = 4$ であった．このとき，「停電による機械調整後の製品は，前よりも軽くなった」と言えるか. 有意水準 α＝0.05 で検定しなさい.

(解答)

上記の値に関して，解答を示す．(他の値でもやり方は同じ)

帰無仮説 H0： $\mu = 180$

対立仮説 H1： $\mu < 180$

有意水準 α＝0.05 で，今回は「軽くなったか」なので，片側検定

検定のための統計量：母分散が未知なので，t 分布を利用

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{177.6 - 180}{\frac{4}{\sqrt{8}}} = \frac{-2.4}{\sqrt{2}} = \frac{-2.4}{1.414} = -1.697$$

検定：今回は自由度が 8-1＝7 の t 分布で片側検定なので，片側に 0.05 の確率となる値を見つければよく，t 分布の対称性から，$t_{0.05}(7) = -t_{0.95}(7) = -1.895$ となり，$-1.697 > -1.895$ となるため，H0 は棄却されない．よって，「停電による機械調整後の製品は，前よりも軽くなった」とは言いきれない.

統計的品質管理　第 11 回　授業内演習課題

学籍番号：　　　　　　　　　　　　　　名前：

注意：a＝0，b＝0 として解きます．

(問題)

ある工場 A と B で同一の商品を生産しているが，A で生産されている製品を 9 個抜き出し，内容量を調べたところ，平均が $\bar{x}_A = 180.a$，平方和 $S_A = 32$ であった．また，B で生産されている製品を 16 個抜き出し，内容量を調べたところ，平均が $\bar{x}_B = 178.b$，平方和 $S_B = 60$ であった．対応のない平均値の差の検定として，「A で生産されている製品と B で生産されている製品の生産量に差がある」と言えるだろうか？有意水準 α＝0.05 で検定しなさい．

(解答)

帰無仮説 H0：$\mu_A = \mu_B$，対立仮説 H1：$\mu_A \neq \mu_B$　と設定する．

検定のための統計量：

$$t_0 = \frac{\bar{x}_A - \bar{x}_B}{s\sqrt{\dfrac{1}{n_A} + \dfrac{1}{n_B}}} \text{ で，} s = \sqrt{\frac{S_A + S_B}{(n_A - 1) + (n_B - 1)}} = \sqrt{\frac{32 + 60}{(9-1) + (16-1)}} = \sqrt{\frac{92}{23}} = \sqrt{4} = 2 \text{ と}$$

計算できることから，$t_0 = \dfrac{180.0 - 178.0}{2\sqrt{\dfrac{1}{9} + \dfrac{1}{16}}} = \dfrac{2}{2\sqrt{\dfrac{25}{144}}} = \dfrac{1}{\dfrac{5}{12}} = \dfrac{12}{5} = 2.4$

検定:自由度は9＋16－2＝23であり,有意水準α＝0.05の両側検定から, $t_{0.975}(23) = 2.069$

となり，$2.069 < 2.4$ であることから，H0 は棄却される．

よって，結論として「A で生産されている製品と B で生産されている製品の生産量に差がある」と言える．

統計的品質管理　第 12 回　授業内演習課題

学籍番号：　　　　　　　　　　　　　　　名前：

注意：a=5 として解きます)

(問題)

　ある工場 A と B で加工された製品について，A では 200 個中 55－a 個，B では 250 個中 35＋a 個の不適合品があった．工場によって不適合品率に差があるといえるだろうか．有意水準 α＝0.01 で検定しなさい．ただし，$\sqrt{10}=3.162$を用いてもよい．

(解答)

H0：$P_A = P_B$　　H1：$P_A \neq P_B$　(よって，両側検定を行う)

$p_A = \frac{50}{200}, p_B = \frac{40}{250}$ であり，$\overline{p} = \frac{50+40}{200+250} = \frac{1}{5}$ となることから，

検定のための統計量：

$$u_0 = \frac{p_A - p_B}{\sqrt{\overline{p}\left(1-\overline{p}\right)\left(\frac{1}{n_A}+\frac{1}{n_B}\right)}} = \frac{\frac{50}{200}-\frac{40}{250}}{\sqrt{\frac{1}{5}\cdot\frac{4}{5}\left(\frac{1}{200}+\frac{1}{250}\right)}} = \frac{\frac{90}{1000}}{\sqrt{\frac{4}{25}\cdot\frac{9}{1000}}}$$

$$= \frac{\frac{45}{500}}{\frac{6}{50}\sqrt{\frac{1}{10}}} = \frac{\frac{45}{500}}{\frac{6\sqrt{10}}{500}} = \frac{45}{6} = \frac{45\sqrt{10}}{60} = \frac{3}{4}\sqrt{10} = \underline{2.3715}$$

検定：α＝0.01 より，両側検定で考えるので，$u_{0.995} = \underline{2.58}$

よって，$\underline{2.3715 < 2.58}$ なので，H0 は棄却されない．

以上のことから，「工場によって不適合品率に差がある」とは言えない．

注意：まだ棄却の意味を取り間違えている人がいます．比較するのは，「統計量の値と，検定で用いる分布の値」です．分布を描き，統計量の位置を確認して H0 を棄却する位置にあるかどうかをチェックしましょう！