統計的品質管理　2018 年度中間テスト

学籍番号：　　　　　　　　　　　　　　名前：

※それぞれの問題の下に解答を書くこと．解答欄が足りない場合は，どこに記入したか明記の上で，他の問題の余白に解答を書いてもよい．

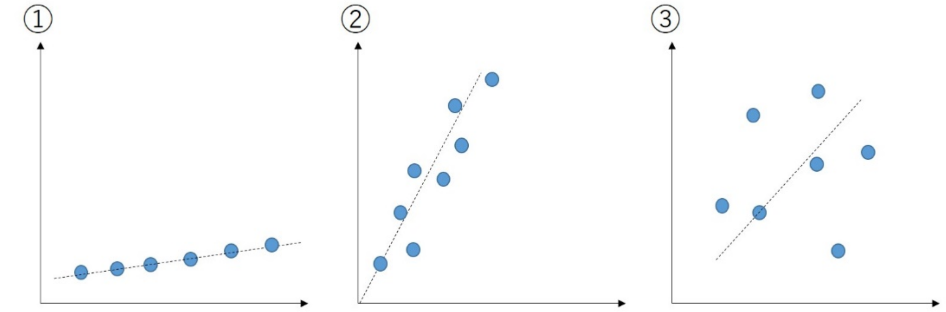
問 1：以下の問いに答えなさい

(1)　計数値データと計量値データの違いを，簡潔に説明しなさい．

(2)　右表のように，ある生産工場での年間不良品発生要因データがまとめられているとする．このとき，パレート図を作成しなさい．

発生要因	件数
材料不良	100
機械故障	400
人的ミス	200
その他	300

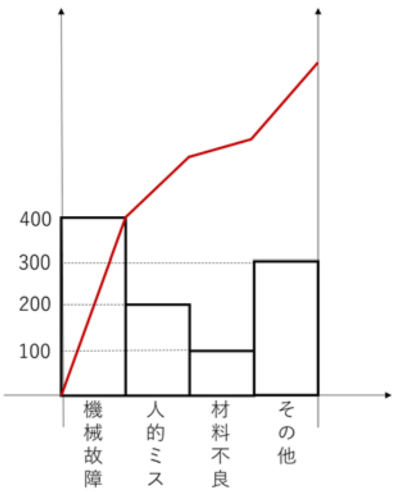
(3)　以下の 3 つの散布図において，正の相関が強い順番に記号を答えなさい．なお，図の中の点線は，データ間の真ん中あたりを通る目安線(回帰直線)である．



(解答例)

(1)　計数値データは，とびとびの離散値を取るデータであり，計量値データは連続値を取るデータである．

(2)



(3)　(傾きよりも)直線に近いほど，相関が強くなる．(ただし，完全に x 軸と平行になる時は注意)よって，①，②，③に順番

問 2：ある新製品の試作品を 5 個作成し，連続使用時間の試験を行った結果，データ(単位は日)として， 95, 105, 105, 95, 90 が得られた．この 5 つのデータの中央値，平均値，不偏分散，標準偏差を数値として求めなさい．

(必要があれば，$\sqrt{2}=1.414$，$\sqrt{3}=1.732$，$\sqrt{5}=2.236$ を用いて計算してもよい)

(解答例)

5 個のデータを昇順に並べ替えると、90，95，95，105，105 となる．

中央値：今回は奇数なので，ちょうど真ん中の値がとれ，その値は 95

平均値：(90＋95＋95＋105＋105)/5＝98

不偏分散：{(90－98)^2＋(95－98)^2＋(95－98)^2＋(105－98)^2＋(105－98)^2}/4

＝(64＋9＋9＋49＋49)/4＝45

標準偏差：$\sqrt{45}=3\sqrt{5}=6.708$

問 3　以下の問いに答えなさい．

(1)　表が出る確率が p＝1/3 のコインを 3 枚投げて，表の枚数を x とするとき x の期待値と分散を求めなさい．

(2)　二項分布をポアソン分布として近似できる条件を，「np の値が高々2 桁程度の有限値であること」以外に 2 つ書きなさい．

(3)　データの個数を n 個，x_i を i 番目のデータ，$\bar{x}$をデータの平均値としたとき，$\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})$の値を求めなさい．

(解答例)

(1)　表が出る確率が p＝1/3 なので，裏が出る確率は 2/3 となるので，表の枚数と，その枚数となる確率は下記の通り．

枚数 x	0	1	2	3
確率	$\left(\frac{2}{3}\right)^3=\frac{8}{27}$	${}_3C_1\left(\frac{1}{3}\right)^1\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{12}{27}$	${}_3C_2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^1=\frac{6}{27}$	$\left(\frac{1}{3}\right)^3=\frac{1}{27}$

期待値：0×(8/27)＋1×(12/27)＋2×(6/27)＋3×(1/27)＝(12＋12＋3)/27＝1

分散：(1－0)^2×(8/27)＋(1－1)^2×(12/27)＋(2－1)^2×(6/27)＋(3－1)^2×(1/27)

＝(8＋6＋4)/27＝2/3

(2)　n が十分に大きい時，p が十分に小さい時

(3)　$\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})=\sum_{i=1}^{n}x_i-\sum_{i=1}^{n}\bar{x}$

$=\sum_{i=1}^{n}x_i-n\bar{x}=\sum_{i=1}^{n}x_i-n(\sum_{i=1}^{n}x_i/n)=\sum_{i=1}^{n}x_i-\sum_{i=1}^{n}x_i=0$

(裏面に続く)

問 4：あるペットボトル飲料の内容量 X は，現在，平均値(期待値)500，標準偏差 5 の正規分布 $N(500,5^2)$にしたがっているとする．

(1)　確率：P(498≦X≦(500+c))を求めなさい．
(ただし，学籍番号下 1 桁が 1～9 の人は，c にその数字を入れなさい．例えば，学籍番号が 201704999 なら c＝9 なので，P(498≦X≦509)を求めること．また，下一桁が 0 の人は，c＝10 として，P(498≦X≦510)を求めること．)

(2)　この飲料の生産ラインを変更した後，サンプルを 16 個取り出したところ，サンプルの平均値が 503 となった．標準偏差は生産ライン変更前後で変わっていないとして，生産ライン変更により内容量が増えたと言えるか．有意水準 5%で検定しなさい．

(3)　生産ライン変更後の，内容量の平均値を信頼区間 95%で推定しなさい．

(解答例：c=5 として実施します)

(1)　標準化を行うと，

$$\mathrm{P}(498 \le X \le 505) = \mathrm{P}\left(\frac{498-500}{5} \le X \le \frac{505-500}{5}\right) = \mathrm{P}(-0.4 \le X \le 1)$$

となる．ここで，$\mathrm{P}(-0.4 \le X \le 1) = 1 - \mathrm{P}(X \le -0.4) - \mathrm{P}(1 \le X)$であり，正規分布は左右対称であることから，$\mathrm{P}(X \le -0.4) = \mathrm{P}(0.4 \le X)$となる．正規分布表を用いて，

$$\mathrm{P}(X \le -0.4) = \mathrm{P}(0.4 \le X) = 0.3446, \mathrm{P}(1 \le X) = 0.1587$$

より，求める確率は，1－0.3446－0.1587＝<u>0.4967</u>

(2)　帰無仮説 H0：μ＝500，対立仮説 H1：μ＞500　(片側検定)
有意水準α＝0.05 で片側検定なので，基準となる値は 1.645 である．また統計量は，

$$u = \frac{503-500}{\frac{5}{\sqrt{16}}} = \frac{3}{\frac{5}{4}} = \frac{12}{5} = 2.4$$

ゆえに，1.645＜2.4 なので，H0 が棄却され，H1 が採択される．
つまり「生産ライン変更により内容量が増えたと言える」

(3)　区間推定の式は，

$$\bar{x} - K_{\frac{1-\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le \mu \le \bar{x} + K_{\frac{1-\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

より，この問題では，$\bar{x} = 503, K_{\frac{1-\alpha}{2}} = 1.96, \sigma = 5, \sqrt{n} = \sqrt{16} = 4$なので，

$$503 - 1.96\frac{5}{4} \le \mu \le 503 + 1.96\frac{5}{4}$$

$$\leftrightarrow 503 - 2.45 \le \mu \le 503 + 2.45$$

$$\leftrightarrow 500.55 \le \mu \le 505.45$$