

# 技術社会システム

第4回：不変性・規則性と不可能性

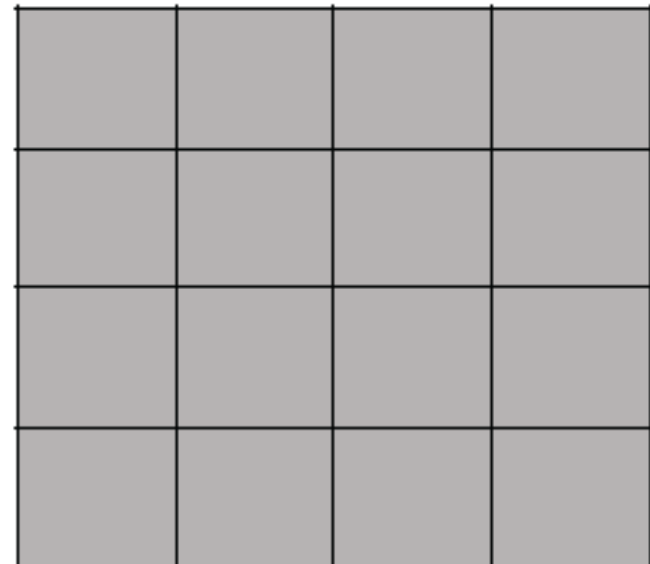
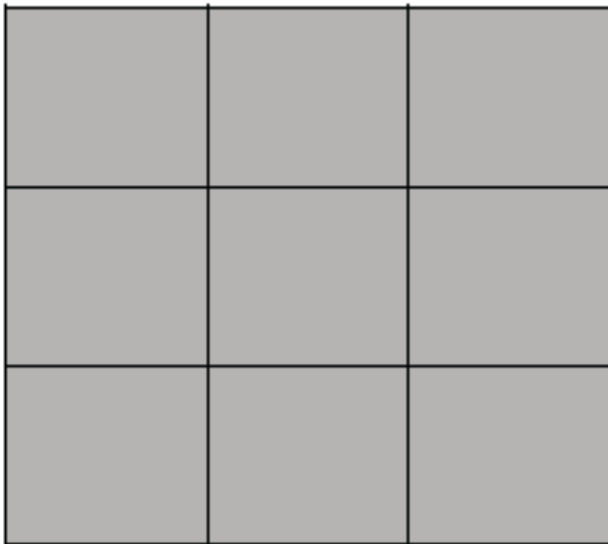
担当教員：蓮池 隆(はすいけ たかし)

連絡先：[thasuike@waseda.jp](mailto:thasuike@waseda.jp)

# 早速演習です

## 演習4-1(魔方陣みたいなもの)

- (1)下の左図の各マスに、以下の条件を満たすように + か - を記入できるか.
- (2)下の右図の各マスに、以下の条件を満たすように + か - を記入できるか.
- 条件:各マスについてその隣(斜めは無し)に逆符号のマスがちょうど1つだけある.



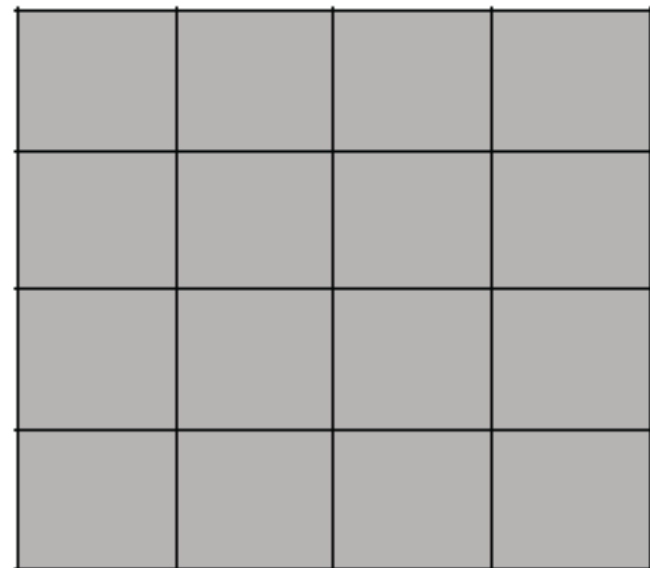
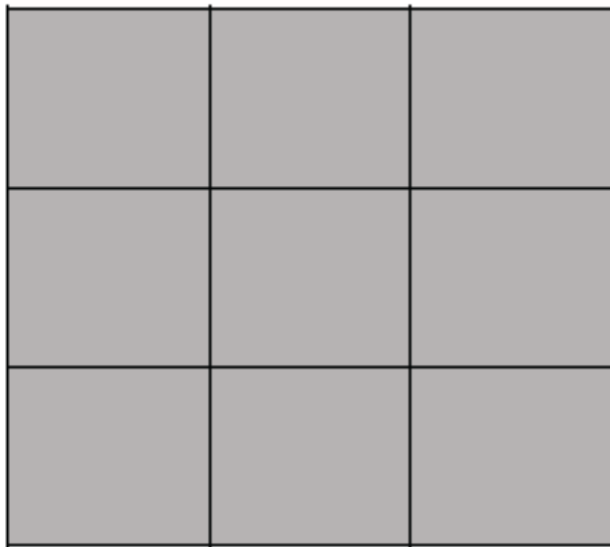
# 解答例

## 演習4-1(魔方陣みたいなもの)

- (1)下の左図の各マスに、以下の条件を満たすように  
+ か - を記入できるか.

→

- (2)下の右図の各マスに、以下の条件を満たすように  
+ か - を記入できるか. →



# 本日はどんどん演習です

## 演習4-2(板チョコの分け方)

- 以下の板チョコレート(縦5個, 横6個)を完全にバラバラのピースにするには何回分割を行えばよいか.
- 条件: 板チョコレートは直線的にしか分割できず, 重ねて割ることはできない.



# 解答例(規則性が重要です)

## 演習4-2(板チョコの分け方)

- チョコレートは30ピースから成っている
  - **一度の分割でピースは1つ増える(規則性)**
- 分割回数は



# 不変性(対称性)・規則性

不変性(対称性)

2	7	6
9	5	1
4	3	8

# 不変性(対称性)・規則性


規則性：

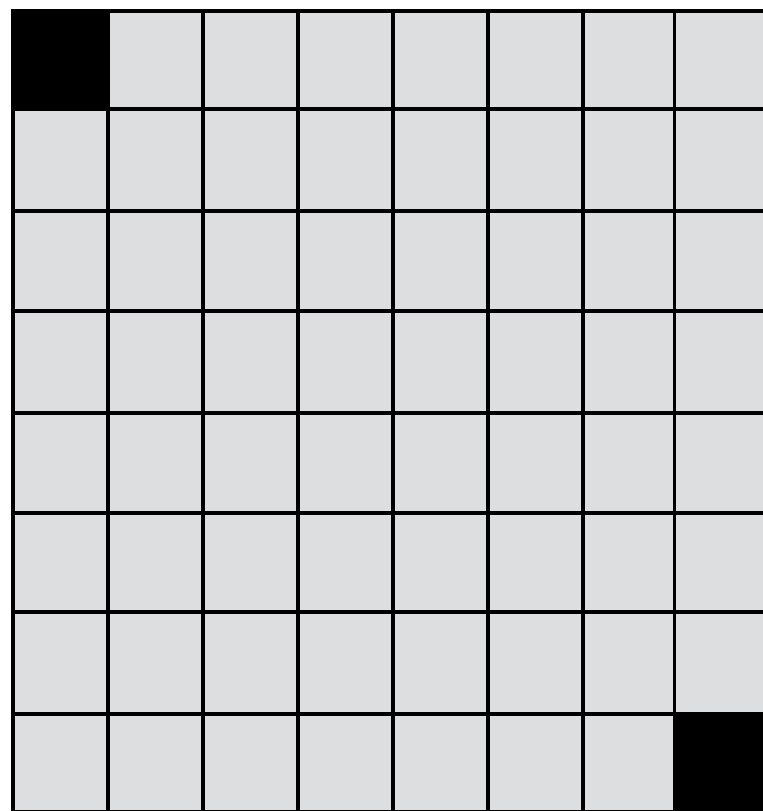
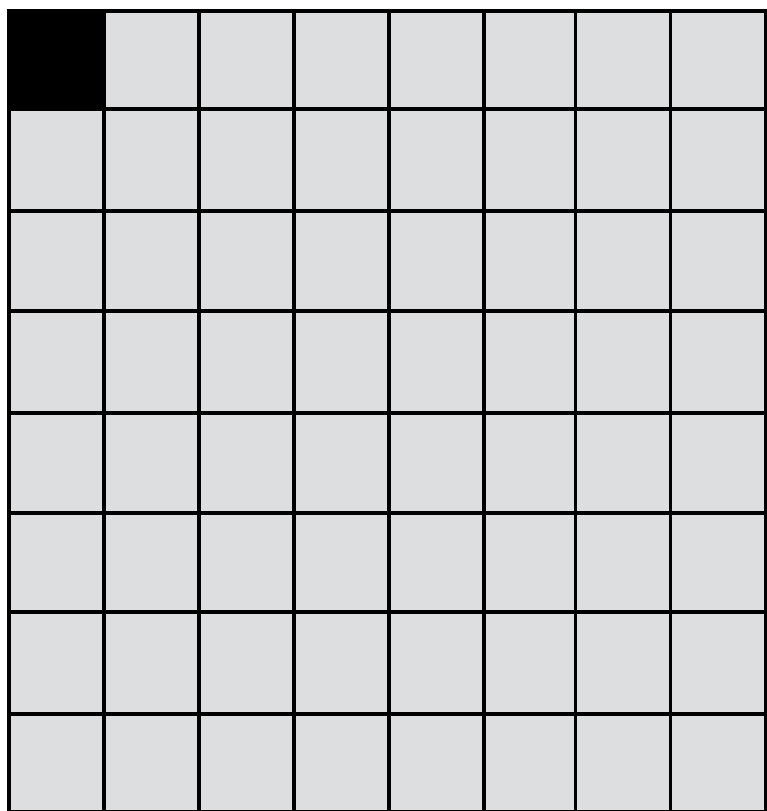
不変性，規則性に着目すると，問題が簡単になり，不可能性を示すためにも有効である

# 演習4-3(理由も書いてみよう)

(1)左図のチェス盤にドミノを敷き詰めることはできるか？

(2)右図のチェス盤にドミノを敷き詰めることはできるか？

条件：ドミノのは2マスのピース  のことであり，黒マスは使用してはならない




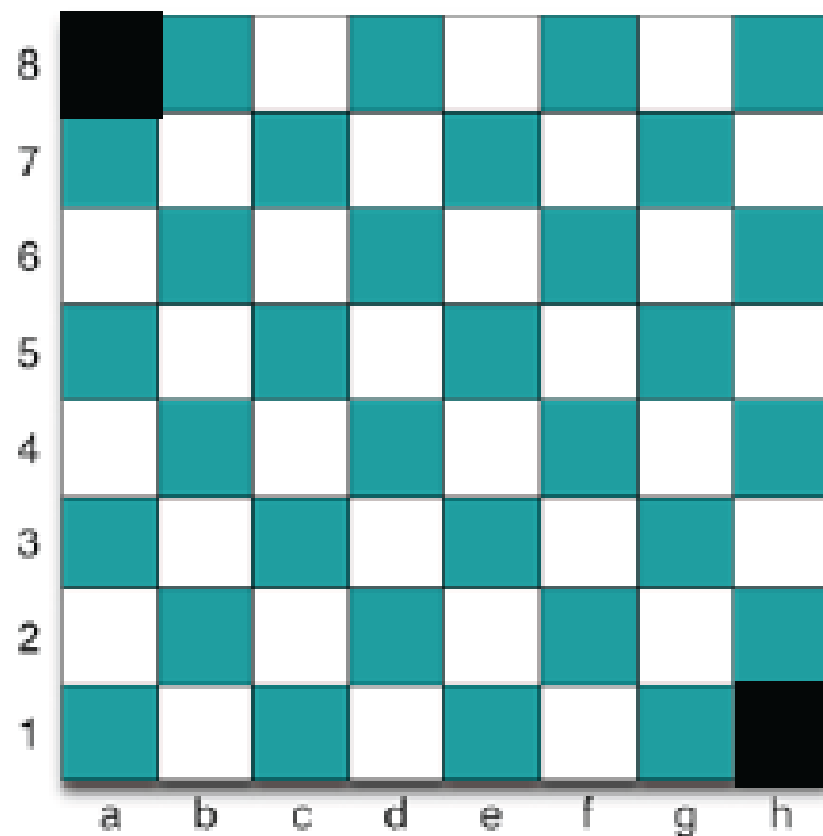
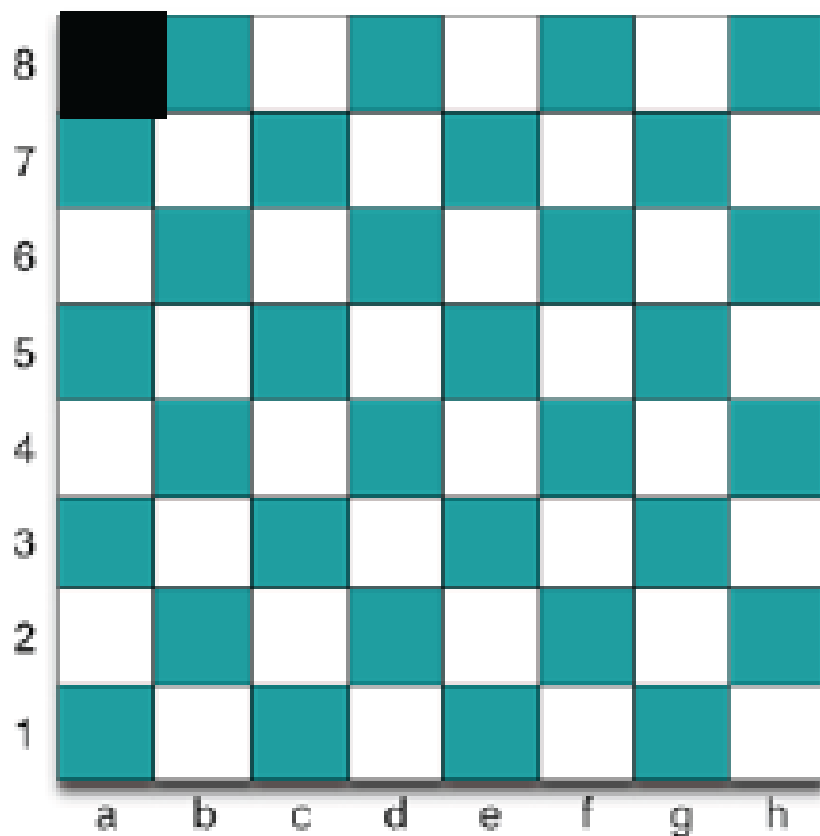


# ヒント(少し前にやりましたが…)

(1)左図のチェス盤にドミノを敷き詰めることはできるか

(2)右図のチェス盤にドミノを敷き詰めることはできるか

条件：ドミノのは2マスのピース  のことであり, 黒マスは使用してはならない



# 解答例

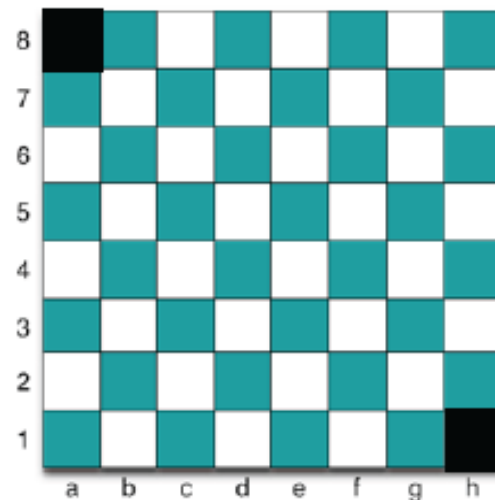
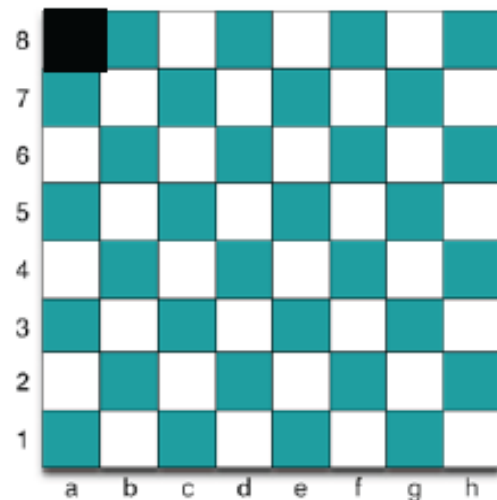
(1)左図のチェス盤にドミノを敷き詰めることはできるか

(2)右図のチェス盤にドミノを敷き詰めることはできるか

解答：**両方共できない**

理由：敷き詰められると仮定する。その時、一枚のドミノを置くたびに、白と緑のタイルを一枚ずつ覆うことになる(**規則性**)。

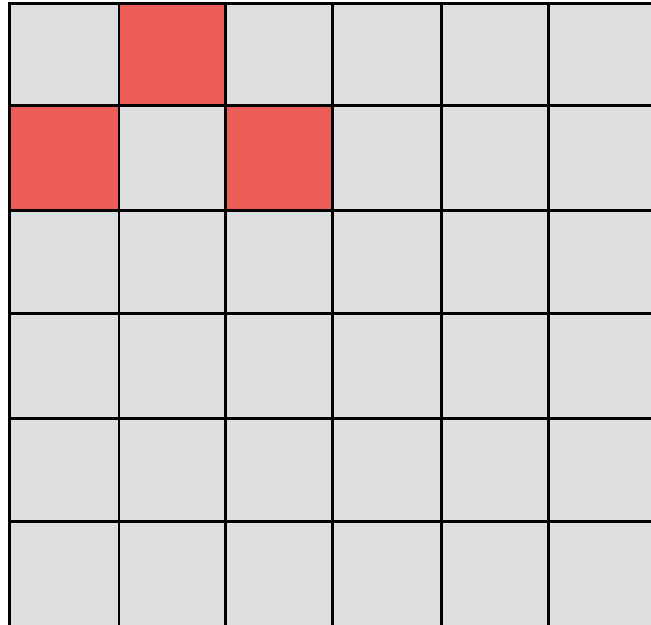
どちらの図でも、白と緑のタイルの数が違うため、青1白1と同数になっているドミノを置くことはできない(矛盾)



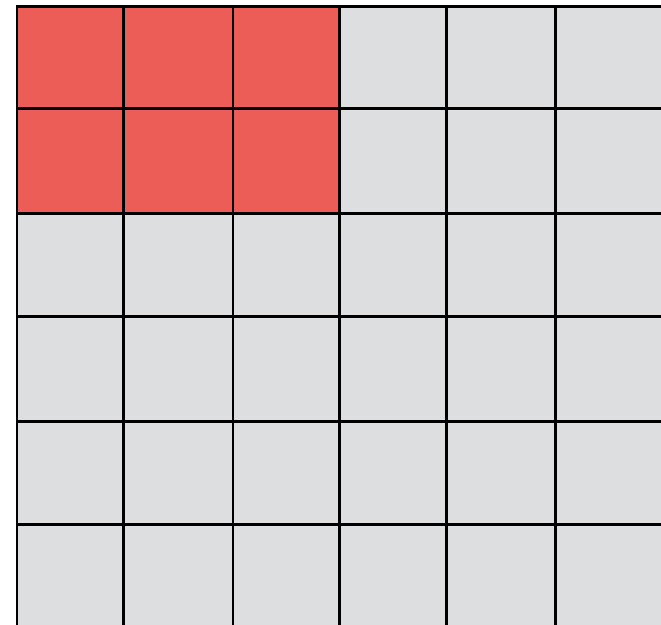
# 演習4-4(今日の演習です)

- 以下のように, 隣り合う  $n \times n$  軒の家からなる町がある.
- この町では感染症が流行しており, まず,  $k$ 軒の家が感染している.

条件: 上下左右の隣接する家のうち, 2つ以上の家が感染している場合, 自分の家も感染してしまう.



初期状態



感染後

# 演習4-4(今日の演習です)

- 以下のように、隣り合う  $n \times n$  軒の家からなる町がある.
- この町では感染症が流行しており、まず、 $k$ 軒の家が感染している。

条件：上下左右の隣接する家のうち、2つ以上の家が感染している場合、自分の家も感染してしまう。

- (1)  $n=8$  のとき、町全体に感染が広がるような初期配置の例を挙げよ。
- (2) 最終的に町全体に感染症が広がるための  $k$  の最小値を求めよ。またそれが最小であることを示せ。

## (2)のヒント

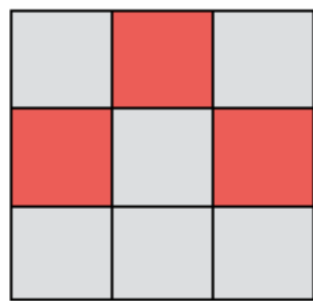
(2)最終的に町全体に感染症が広がるためのkの最小値を求めよ。またそれが最小であることを示せ。

- 各家を  $n \times n$  のチェス盤の1マスに対応させる。
- 以下, “**Length = 感染マスの周囲の長さの和**”とする。

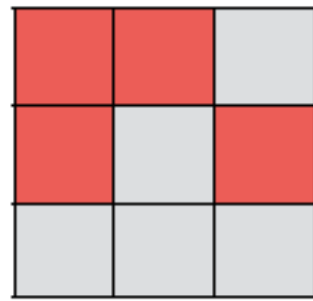
(ポイント)

**Lengthは隣家への感染により増えることはない。**

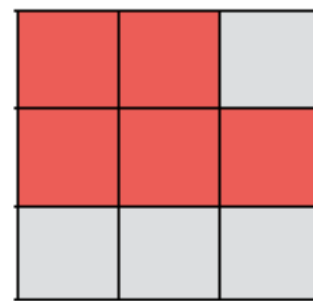
→従って, 初期のLengthをLとすると, 何度感染が起こっても, LengthはL以下のままである(不変性)。



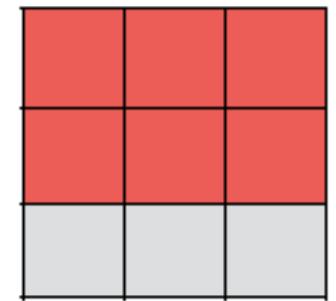
Length = 12



Length = 12



Length = 10



Length = 10

## (2)のヒント

(2)最終的に町全体に感染症が広がるための $k$ の最小値を求めよ。またそれが最小であることを示せ。

- 各家を  $n \times n$  のチェス盤の1マスに対応させる。
- 以下, “**Length = 感染マスの周囲の長さの和**”とする。

(ポイント)

**Lengthは隣家への感染により増えることはない。**

→従って, 初期のLengthを $L$ とすると, 何度感染が  
起こっても, Lengthは  $L$  以下のままである(不変性).

全部の家が感染するということは, Length=??

そのためには, 最初に $\circ$ 以上が感染している必要がある

→ここで $\circ$ 軒の家が感染している初期状態で, その後全て感染するような例があれば,  $\circ$ が最小になる!